AI-1146-M.E.-CV-19

B.Sc.-Part-II

Term End Examination, Mar.-Apr.-2021

MATHEMATICS

Paper-III

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 050

नोट : सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है।

Note : All Question carry equal marks. Two part from each unit is compulsory.

इकाई/Unit-I

1. (a) $2a$ लंबाई की एक भारी समांग छड के दोनों सिरे दो चिकने तल समतलों के संपर्क में रखे है जहाँ क्षैतिज से समतलों का झुकाव कमशः α तथा β है। यदि साम्य अवस्था में छड का क्षैतिज झुकाव θ हो तो कुल कल्पित कार्य के सिद्धांत द्वारा सिद्ध कीजिए कि $tan\theta = \frac{1}{2}(cot\alpha - cot\beta)$

A heavy uniform rod of length $2a$, rests with its ends in contact with two smooth inclined planes of inclination α, and β, to the horizon. If θ be the inclination of the rod to the horizon, prove by principle of virtual work that $tan\theta = \frac{1}{2}(cot\alpha - cot\beta)$

(b) दृढ़ पिंड की साम्यावस्था के लिए आवश्यक प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जबकि पिंड के विभिन्न बिन्दुओं पर समतलीय बलों का एक निकाय कियाशील है।

Find the necessary condition for the equilibrium of the rigid body subjected by a system of coplanar forces acting at different points of the body.

(c) सामान्य कैटिनरी के लिए सिद्ध कीजिए कि

In a common Catenary, prove that,

$$y = cosh\frac{x}{c}$$

इकाई/Unit-II

2. (a) किसी दृढ़ पिंड की साम्यावस्था के व्यापक प्रतिबंध लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

Write the general condition of equilibrium of a rigid, body and prove it,

(b) बल X, Y, Z कमशः तीन सरल रेखाओं $y = b,\ z = -c\ ;\ z = c,\ x = -a\ ;\ x = a,\ y = -b$ के अनुदिश किया करते है दर्शाइए कि वे एकल परिणामी रखेंगे यदि $\frac{a}{X} + \frac{b}{Y} + \frac{c}{Z} = 0$

Forces X, Y, Z act along three straight lines $y = b,\ z = -c\ ;\ z = c,\ x = -a\ ;\ x = a,\ y = -b$ respectively, show that theory will have a single resultant if $\frac{a}{X} + \frac{b}{Y} + \frac{c}{Z} = 0$

(c) निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए:– Define the following:-

(i) शून्य रेखाएँ Null lines (ii) केन्द्रीय अक्ष Central axis

इकाई/Unit-III

3. (a) सिद्ध कीजिए कि दिए गए क्षैतिज परास के लिए प्रक्षेपण की दो दिशाएँ होती है । इनमें से प्रत्येक दिशा महत्तम परास की दिशा से समान कोण बनाती है।

Show that for a given velocity of projection and for a given horizontal range, there are two directions of projection, which are equally inclined to the direction of maximum range.

(b) एक कण एक समान कोण सर्पिल $r = ae^{m\theta}$ पर अचर वेग से गतिमान है। ध्रुवांतर रेखा और उसके लम्ब रूप दिशा में वेग एवं त्वरणों के घटकों को ज्ञात कीजिए।

A point describes the equiangular spiral $r = ae^{m\theta}$ with a constant velocity. Find the components of velocity and acceleration along and perpendicular to radius vector.

(c) यदि किसी प्रक्षेप्य के वेग उसके पथ के नाभिजीवा के सिरों पर V_1 तथा V_2 हों और यदि उनका अचर क्षैतिज वेग V हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{V^2}$

If V_1, V_2 be the velocities at the ends of a focal chord of a projectile's path and V the Horizontal component of velocity, show that, $\frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{V^2}$

इकाई/Unit-IV

4. (a) एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरेखीय और अभिलंब त्वरण सदैव अचर रहते है तो सिद्ध कीजिए कि कोण ψ जो गति की दिशा समय t में घूमती है, का समीकरण $\psi = Alog(1+Bt)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant throughout the motion, prove that angle ψ, through which the direction of motion turns in time t is given by $\psi = Alog(1+Bt)$

(b) यदि v_1 व v_2 ग्रह के रैखिक वेग है जबकि यह सूर्य से कमशः निकटतम दूरस्थ है तो सिद्ध कीजिए कि $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$

If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the earth prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$

अथवा/OR

(c) एक कण एक रूक्ष चक्रज पर नीचे की ओर खिसकता (या फिसलता) है, घर्षण गुणांक μ है। कण की गति ज्ञात कीजिए।

A particle slides down a rough cycloid of which coefficient of friction is μ Discuss the motion of the particle.

इकाई/Unit-V

5. (a) एक कण केन्द्रीय त्वरण p के अंतर्गत एक माध्यम, जिसका अवरोध $k(velocity)^2$ है गति करता है, दर्शाइए कि इसके पथ का समीकरण है $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{p}{h^2u^2}e^{2ks}$ जहाँ s चाप की लम्बाई और बल के केन्द्र के सापेक्ष प्रारंभिक संवेग का आघूर्ण h है।

A particle moves with a central acceleration p in a medium of which the resistance is $k(velocity)^2$ show that the equation to its path $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{p}{h^2u^2}e^{2ks}$ where s is the length of the are described and h is the initial moment of momentum about the centre of force.

(b) तरल की एक गोलाकार बूंद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा c की अचर दर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। सिद्ध कीजिए कि विराम से गिरते हुए t समय बाद उसका वेग $\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$ है, जहाँ M बूंद का प्रारंभिक द्रव्यामन है।

A spherical drop of liquid in the form of vapour receives mass at the constant rate c by condenser while falling. Prove that its velocity after time t falling rest in $\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$ where M is initial mass of the drop.

(c) एक कण एक चिकने गोले पर केवल पृष्ठ के दवाब के अंतर्गत गतिमान है। दर्शाइए कि इस पथ समीकरण $cot\theta = cos\beta + cos\phi$ द्वारा पाप्त होगा, जहाँ θ एवं ϕ कण के कोणीय निर्देशांक है।

A particle moves on a smooth sphere under no forces except the pressure of the surface. Show that its path is given by the equation $cot\theta = cos\beta + cos\phi$, where θ and ϕ are its angular co-ordinates.