IJ-1266

B.Sc. (Part - I)
Term End Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper - I

Algebra and Trigonometry

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं **दो** भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) प्रारंभिक रूपांतरण से निम्न आब्यूह

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & -6 & -7 \end{bmatrix}$$

का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

Find inverse of the following matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & -6 & -7 \end{bmatrix}$$

by elementary transformation.

(b) आब्यूह $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ के अभिलक्षणिक मान व संगत अभिलक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find eigenvalue and corresponding eigen vector of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

(c) सिद्ध कीजिए कि एकिक आब्यूह के अभिलक्षणिक मूलों का मापांक 1 होता है।

Prove that modulus of eigenvalues of unitary matrix is 1.

इकाई / Unit-II

2. (*a*) λ के किन मानों के लिए समीकरणों का हल होगा

$$x + y + z = 1$$

$$x + 2y + 4z = \lambda$$

$$x + 4y + 10z = \lambda^2$$

प्रत्येक स्थिति में इनके हल ज्ञात कीजिए।

For what values of λ following equations will have solution

$$x + y + z = 1$$

$$x + 2y + 4z = \lambda$$

$$x + 4y + 10z = \lambda^2$$

Find solutions in all cases.

(*b*) समीकरण $9x^3 - 6x^2 + 1 = 0$ को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation $9x^3 - 6x^2 + 1 = 0$ by Cardon's method.

(c) समीकरण $x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$ को हल कीजिए, जबकि मूल समांतर श्रेढी में है।

Solve the equation $x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$ whenever roots are in Arithmetic progression.

इकाई / Unit-III

3. (a) यदि I पूर्णांकों का समूच्चय है तथा संबंध R, I पर $x R y \Leftrightarrow x - y$ एक सम पूर्णांक से परिभाषित है, तो दिखाइए कि R एक तुल्यता संबंध होगा।

If I is the set of integers and relation R defined on I by $x R y \Leftrightarrow x - y$ is an even integer, than show that R is an equivalance relation.

(b) माना H, G का अरिक्त उपसमूच्चय है। तो सिद्ध कीजिए कि H, G का उपसमूह होगा। यदि और केवल यदि $a, b \in G \Rightarrow ab^{-1} \in G$, जहाँ b^{-1}, G में b का विलोम है।

Let H be a non empty subset of group G. Then show that H is subgroup of G if and only if $a_1 b \in G \Rightarrow ab^{-1} \in G$, where b^{-1} is inverse of b in G.

(*c*) सिद्ध कीजिए कि अभाज्य कोटि का प्रत्येक समूह चक्रीय होता है।

Prove that every group of prime order is cyclic.

इकाई / Unit-IV

4. (*a*) दिखाइए कि आबेली समूह का समाकारी प्रतिबिम्ब आबेली होता है, परन्तु विलोम सत्य नहीं होता।

Prove that homomorphic image of abelian group is abelian, but converse not true.

(*b*) वलय का परिभाषा लिखकर एक उदाहरण दीजिए।

Define ring and give an example of ring.

(c) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित पूर्णांकीय प्रांत एक क्षेत्र होता है।

Prove that every finite integral domain is a field.

इकाई / Unit-V

5. (a) यदि $x_r = \cos\left(\pi/2^r\right) + i\sin\left(\pi/2^r\right)$, सिद्ध कीजिए

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \ldots = -1$$

If $x_r = \cos\left(\pi/2^r\right) + i\sin\left(\pi/2^r\right)$, them prove that

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \ldots = -1$$

(b) यदि $\sin(\theta + i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$, तब सिद्ध कीजिए कि

$$\cos 2\theta \cdot \cos h2\phi = 3$$

If $\sin(\theta + i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$, then prove that

$$\cos 2\theta \cdot \cos h2\phi = 3$$

(c) निम्न श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए :

$$\sin\alpha + c\sin(\alpha+\beta) + {c^2}/{L^2}\sin(\alpha+2\beta) + \cdots\cdots$$

Find sum of the following series :

$$\sin\alpha + c\sin(\alpha+\beta) + {c^2}/{L^2}\sin(\alpha+2\beta) + \cdots\cdots$$

———