

AG-1214

B.A./B.Sc. (Part - III)

Term End Examination, 2018-19

MATHEMATICS

Optional

Paper - III

Discrete Mathematics

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि $n^4 - 4n^2$, 3 से विभाजित होता है जहाँ $n \geq 2$ ।
Show that $n^4 - 4n^2$ is divisible by 3 for all $n \geq 2$ by mathematical induction.
- (b) व्याकरण की रचना कीजिए जिससे 998 तक के सभी सम पूर्णांक जनित होते हैं।
Construct a grammar which generates all even integers upto 998.
- (c) मिश्र प्रायिकता प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

State and prove theorem of compound probability.

इकाई / Unit-II

2. (a) माना $(L, \leq)$ लैटिस है तथा $\wedge$ और $\vee$ क्रमशः अवसंधि तथा सम्मिलन संक्रियाओं को निरूपित करते हैं तब $a, b \in L$ को सिद्ध कीजिए कि

(i) $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

(ii) $a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$

Let $(L, \leq)$ be a lattice and let $\wedge$ and $\vee$ respectively denote the operations of meet and join in L . Then for any $a, b \in L$ prove that

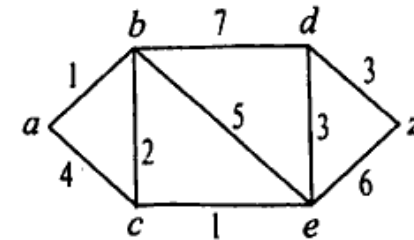
(i) $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

(ii) $a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$

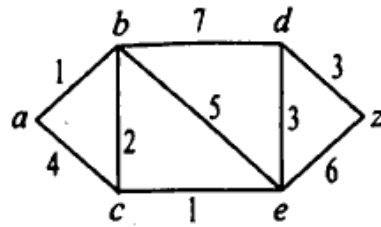
- (b) सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों सहित ट्री $(n-1)$ कोरें रखती हैं।

Prove that a tree with n vertices has $(n-1)$ edges.

- (c) डिजकास्ट्रा एल्गोरिद्म की सहायता से निम्नांकित भारित आलेख में a से z तक का लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिए :



Find shortest path between a to z by Dijkstra's Algorithm in following weighted graph :



इकाई / Unit-III

3. (a) पम्पिंग प्रमेयिका लिखिए और सिद्ध कीजिए।
State and prove pumping Lemma.
(b) संख्यात्मक फलन ज्ञात कीजिए जिसका जनक

$$\text{फलन } A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1+z)^4} \text{ है।}$$

Find numeric function whose generating

$$\text{function is } A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1+z)^4}.$$

- (c) एक एल्गोरिद्म की संरचना कीजिए जो n दी गई संख्याओं के महत्तम का निर्धारण करता हो। अपने एल्गोरिद्म की समय जटिलता का निर्धारण कीजिए। <http://www.onlinebu.com>
Design an algorithm to determine the largest of n given numbers. Determine the time complexity of your algorithm.

इकाई / Unit-IV

4. (a) अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_{r+2} + 2a_{r+1} + a_r = r + 2^r$$

Solve the recurrence relation :

$$a_{r+2} + 2a_{r+1} + a_r = r + 2^r$$

- (b) जनक फलन के प्रयोग से हल कीजिए

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

जहाँ $a_0 = 2, a_1 = 1$

Solve by using generating function

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

where $a_0 = 2, a_1 = 1$

- (c) लैग्रांज का प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।
State and prove Lagrange's theorem.

इकाई / Unit-V

5. (a) सिद्ध कीजिए कि दो लैटिस का सीधा गुणन एक लैटिस होता है।

Prove that direct product of two lattices is a lattice.

- (b) निम्न फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिए :

$$f(x, y, z) = (x \cdot y' + x \cdot z)' + x'$$

Write the following function into conjunctive normal form :

$$f(x, y, z) = (x \cdot y' + x \cdot z)' + x'$$

- (c) सिद्ध कीजिए कि निम्न कथन व्याघात है :

$$[(p \wedge r) \vee (q \wedge \sim r)] \Leftrightarrow [(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r)]$$

Prove that the following statement is contradiction :

$$[(p \wedge r) \vee (q \wedge \sim r)] \Leftrightarrow [(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r)]$$