

AG-1146

B.A./B.Sc. (Part - II)

Term End Examination, 2018-19

MATHEMATICS

Paper - III

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer five questions in all, selecting one question from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) लामी का प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Lami's theorem.

(b) एक समतल में एक दृढ़ पिण्ड के विभिन्न बिन्दुओं पर क्रियाशील बलों के एक निकाय का समायोजन एक एकल बल या एक बलयुग्म में किया जा सकता है।

A system of forces acting in one plane at different points of a rigid body can be reduced to single force or a couple.

2. (a) सिद्ध कीजिए कि समीकरण $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ से निरूपित वक्र के किसी बिन्दु $p(x, y)$ के कोटि के पाद से p पर स्पर्श रेखा पर डाले गये लम्ब की माप अचर होती है।

Prove that the length of the perpendicular on the tangent at any point $p(x, y)$ of the curve $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ from its ordinate is constant.

(b) एक संधित चतुर्भुज के विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को लम्बाई l और l' के हल्के छड़ों द्वारा सम्बद्ध किया गया है। यदि इन छड़ों में तनाव T और T' है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$$

The middle points of opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of lengths l and l' . If T and T' be the tensions in these rods. Prove that

$$\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$$

इकाई / Unit-II

3. (a) सिद्ध कीजिए कि एक दृढ़ पिण्ड पर क्रियाशील बलों के एक दिए गए निकाय का एक एकल बल और एक बलयुगम सहित जिसका अक्ष बल की क्रिया रेखा की दिशा से संपाती है, में समानयन किया जा सकता है।

Prove that a given system of forces acting on a rigid body can be reduced to a single force together with a couple whose axis coincides with the direction of the force. <http://www.onlinebu.com>

(b) किसी दिये गये बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the central axis of any given system of forces.

4. (a) किसी दिये हुये समतल के लिए शून्य विक्षेप बिन्दु प्राप्त कीजिए।

Find the null point of a given plane.

(b) डायनेम (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x + y + z = 0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the dyname (X, Y, Z, L, M, N) .

इकाई / Unit-III

5. (a) आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में, दर्शाइये कि केन्द्र से x दूरी पर वेग v निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा दिया जाता है

$$v^2 T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$$

Show that in S.H.M. of amplitude 'a' and period T , the velocity v at a distance x from the centre is given by the relation

$$v^2 T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$$

(b) एक समतल में गतिमान एक कण का त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग एवं त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find the radial and transverse velocities and accelerations of a particle moving in a plane curve.

6. (a) सिद्ध कीजिए कि दिये हुये क्षैतिज परास के लिए प्रक्षेपण की दो दिशायें होती हैं, इनमें से प्रत्येक दिशा महत्तम परास की दिशा से समान कोण बनाती है।

Prove that for the given horizontal range their are two directions of the project. Each of them makes equal range from the direction of maximum range.

(b) यदि कोई कण वक्र $r = a \sin n \theta$ पर गतिमान है, तब उस पर लगने वाले बल का नियम ज्ञात कीजिए।

If any particle is moving on the curve $r = a \sin n \theta$, then find the law of force applied on it.

इकाई / Unit-IV

7. (a) यदि v_1 एवं v_2 ग्रह के रैखिक वेग हैं, जबकि सूर्य से क्रमशः निकटतम एवं दूरस्थ हैं, सिद्ध कीजिए कि

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

If v_1 and v_2 are linear velocity of a planet when it is shortest and longest distance from the sun. Then prove that

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

(b) एक कण अचर वेग v से एक वक्र पर भ्रमण करता है, जिसके लिये S तथा ψ दोनों साथ-साथ शून्य होते हैं यदि किसी बिन्दु S पर त्वरण $\frac{v^2 C}{S^2 + C^2}$ हो, तब सिद्ध कीजिए कि वक्र एक कैटनरी है।

A particle describes a curve for which S and ψ vanish simultaneously with the uniform speed v . If the acceleration at any

point S be $\frac{v^2 C}{S^2 + C^2}$, then prove that the curve is catenary.

8. (a) एक कण एक रुक्ष चक्रज पर नीचे की ओर फिसलता है, घर्षण गुणांक μ है, कण की गति ज्ञात कीजिए।

A particle slides down a rough cycloid of which coefficient of friction is μ , determine the motion.

(b) एक कण एक चिकने चक्रज जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष नीचे की ओर है, के कस्प से चाप पर नीचे की ओर वेग v से प्रक्षिप्त किया जाता है। दर्शाइये कि शीर्ष पर पहुँचने

$$\text{का समय } 2\sqrt{\frac{a}{g}} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{4ag}}{v}\right) \text{ है।}$$

A particle is projected with velocity V from the cusp of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex is downwards, down the arc. Show that the time of reaching the

$$\text{vertex is } 2\sqrt{\frac{a}{g}} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{4ag}}{v}\right).$$

इकाई / Unit-V

9. (a) ध्रुवीय निर्देशांक के पदों में कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find the acceleration of a particle in terms of polar coordinates.

(b) तरल की एक गोलाकार बूंद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा C की अचर दर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाओं की विराम से गिरते हुए, समय बाद इसका वेग है :

$$\frac{1}{2} g t \left[1 + \frac{M}{M + Ct} \right]$$

जहाँ M बूंद का प्रारंभिक द्रव्यमान है।

A spherical drop of liquid falling freely in vapour acquires mass by condensation at a constant rate C . Show that the velocity after falling from rest in time t is

$$\frac{1}{2} g t \left[1 + \frac{M}{M + Ct} \right]$$

Where M is the initial mass of the drop.

10. (a) बेलनीय निर्देशांक के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find the acceleration of a particle in terms of cylindrical co-ordinate.

(b) एक अर्ध गोले जिसकी अक्ष ऊर्ध्वाधर है तथा शीर्ष की नीचे की ओर है, के आंतरिक चिकनी पृष्ठ के अनुदिश एक कण क्षैतिजतः प्रक्षिप्त किया गया है, प्रक्षेप बिन्दु निम्नतम बिन्दु से कोणीय दूरी β पर है। दर्शाइये कि प्रारंभिक वेग, जिससे कि कण अर्ध गोले के ठीक किनारे तक चढ़ सके, $\sqrt{2ag \sec \beta}$ है।

A particle is projected horizontally along the interior surface of a smooth hemisphere whose axis is vertical and whose vertex is downwards, the point of the projection being at an angular distance β from the lowest point. Show that the initial velocity so that the particle may just ascend to the rim of the hemisphere is $\sqrt{2ag \sec \beta}$.