Printed Pages – 8

AI-1107

B. A. / B. Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2020-21

MATHEMATICS

Paper : Second

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 50

*नोट : किन्हीं **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

*Note : Attempt any **five** questions. **One** question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.*

इकाई-I
Unit-I

1. (a) $\in$-δ विधि का प्रयोग कर सिद्ध कीजिए

$$\lim_{x\to 3}\left(x^2+2x\right)=15$$

By using $\in-\delta$ method, prove that

$$\lim_{x\to 3}\left(x^2+2x\right)=15$$

(b) निम्न फलन $f(x)$ की सांतत्य की जांच मूलबिन्दू पर कीजिए—

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}, & \text{यदि } x\neq 0\\ 0, & \text{यदि } x=0\end{cases}$$

Test for continuity of the following function at $x = 0$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}, & \text{if } x\neq 0\\ 0, & \text{if } x=0\end{cases}$$

2. (a) यदि $y^{1/m}+y^{-1/m}=2x$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\left(x^2-1\right)y_{n+2}+\left(2n+1\right)x\,y_{n+1}+\left(n^2-m^2\right)y_n=0$$

If $y^{1/m}+y^{-1/m}=2x$, then prove that

$$\left(x^2-1\right)y_{n+2}+\left(2n+1\right)x\,y_{n+1}+\left(n^2-m^2\right)y_n=0$$

(b) $\sin x$ के $(x-\pi/2)$ की घातों में टेलर प्रमेय से प्रसारित कीजिए।

Expand $\sin x$ in power of $(x-\pi/2)$ by Taylor's theorem.

इकाई-II
Unit-II

3. (a) निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए—

$$y^3+x^2y+2xy^2-y+1=0$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$y^3+x^2y+2xy^2-y+1=0$$

(b) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ के बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ पर वक्रता त्रिज्या $3a\sin\theta\cos\theta$ है।

Prove that the radius of curvature at the point $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ of the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ is $3a\sin\theta\cos\theta$.

4. (a) वक्र $x^3+y^3=3axy$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $x^3+y^3=3axy$.

(b) हृदयाभ $r=a(1+\cos\theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the cardioid $r=a(1+\cos\theta)$.

इकाई-III
Unit-III

5. (a) सिद्ध कीजिए—

$$\int_0^{\pi/2}\log\sin x\,dx=-\frac{\pi}{2}\log 2$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2}\log\sin x\,dx=-\frac{\pi}{2}\log 2$$

(b) वक्र $a^2y^2=a^2x^2-x^4$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the complete area of curve

$$a^2y^2=a^2x^2-x^4$$

6. (a) परवलय $y^2=4ax$ के शीर्ष से नाभिलम्ब में एक सिरे तक के चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the parabola $y^2 = 4ax$ from the vertex to an extremity of the latus rectum.

(b) दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

के उसके दीर्घ अक्ष के परित: घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

about major axis.

इकाई-IV
Unit-IV

7. (a) हल कीजिए—

$$\left(a^2 - 2xy - y^2\right)dx - \left(x^2 + y^2\right)dy = 0$$

Solve :

$$\left(a^2 - 2xy - y^2\right)dx - \left(x^2 + y^2\right)dy = 0$$

(b) हल कीजिए—

$$p^2 + 2py\cot x - y^2 = 0$$

Solve :

$$p^2 + 2py\cot x - y^2 = 0$$

8. (a) हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$$

(b) हल कीजिए—

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x\log x$$

Solve :

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x\log x$$

इकाई-V
Unit-V

9. (a) हल कीजिए—

$$(3-x)\frac{d^2y}{dx^2}-(9-4x)\frac{dy}{dx}+(6-3x)y=0$$

Solve :

$$(3-x)\frac{d^2y}{dx^2}-(9-4x)\frac{dy}{dx}+(6-3x)y=0$$

(b) प्राचाल विचरण विधि से हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\ y=4\tan 2x$$

Solve by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\ y=4\tan 2x$$

10. (a) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dy}+4x+3y=t$$

$$\frac{dy}{dt}+2x+5y=e^t$$

Solve :

$$\frac{dx}{dy}+4x+3y=t$$

$$\frac{dy}{dt}+2x+5y=e^t$$

(b) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{mz-ny}=\frac{dy}{nx-lz}=\frac{dz}{ly-mx}$$

Solve :

$$\frac{dx}{mz-ny}=\frac{dy}{nx-lz}=\frac{dz}{ly-mx}$$